



C: RS22

3  
ساعات

مدة الإجازة:

7

المعامل:

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
(الدورة الاستدراكية: 2006)  
الموضوع

المركز الوطني للامتحانات

المادة: الرياضيات

الشعب(ة): العلوم التجريبية- العلوم التجريبية الأصيلة- العلوم الزراعية

( يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة )

التمرين الأول ( ثلاث نقط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1, 2, -2)$  و  $B(1, -1, 1)$  و  $C(2, 1, -2)$ .

1- حدد مثلث إحداثيات المتجهة  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ . 0,5

ب- بين أن :  $x + y + z - 1 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$ . 0,5

2) لتكن  $(S)$  الفلكة التي مركزها  $\Omega(1, 1, 1)$  وشعاعها  $R = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

أ- بين أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  ثم حدد مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تماس  $(ABC)$  و  $(S)$ . 1,25

ب- لتكن  $M(a, b, c)$  نقطة من المستوى  $(ABC)$ ، بين أن :  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ . 0,75

التمرين الثاني ( ثلاث نقط )

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 0$  و  $u_1 = 1$  و  $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$  و  $w_n = 5^n u_n$

1) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ . 0,75

2) أ- بين أن المتتالية  $(w_n)$  حسابية أساسها 5. 0,25

ب- اكتب  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ . 0,5

3) أ- بين أن :  $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ . 0,75

ب- استنتج أن :  $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ . 0,75

|                                                                                                  |                                                                            |  |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|--|--------------------|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> الصفحة<br/>2 / 3 </div> | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا<br>(الدورة الاستدراكية: 2006)<br>الموضوع |  | المادة : الرياضيات |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> C:RS22 </div>           | الشعب(ة): العلوم التجريبية- العلوم الزراعية<br>الأصيلة- العلوم الزراعية    |  |                    |

### التمرين الثالث ( ثلاث نقط )

يحتوي كيس  $U_1$  على 5 بیدقات : ثلاث بیدقات تحمل الرقم 2 و بیدقتان تحملان الرقم 3 ؛ و يحتوي كيس  $U_2$  على 5 بیدقات : ثلاث بیدقات بيضاء و بیدقتين حمراوين ( لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس ).  
نسحب عشوائيا بیدقة واحدة من الكيس  $U_1$  و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد  $n$  بیدقة من الكيس  $U_2$  حيث  $n$  هو الرقم الذي تحمله البیدقة المسحوبة من الكيس  $U_1$  .

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات الحمراء المسحوبة.

- (1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  . 2,75
- (2) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  . 0,25

### التمرين الرابع ( ثلاث نقط )

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 + 2z + 1 + i = 0$   
نرمز ب  $z_1$  و  $z_2$  لحلي هذه المعادلة بحيث  $\Im m(z_1) > 0$  .

- (1) حدد  $z_1$  و  $z_2$  ( لاحظ أن  $(1-i)^2 = -2i$  ) . 0,75
- (2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  النقاط :  
 $A$  و  $B$  و  $M_1$  و  $M_2$  التي ألقاها على التوالي  $-1$  و  $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  و  $z_1$  و  $z_2$  .

أ- اكتب العدد العقدي  $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$  على الشكل المثلثي . 0,5

ب- تحقق من أن  $\overline{AM_1} = \overline{OB}$  و أن  $A$  منتصف القطعة  $[M_1M_2]$  ثم أنشئ النقاط :  
 $A$  و  $B$  و  $M_1$  و  $M_2$  . 0,75

ج- استنتج أن  $AOBM_1$  معين ثم أن  $\arg(z_1) \equiv \frac{7\pi}{8} [2\pi]$  . 1

مسألة (ثمان نقط)

I) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :  $(E) : y'' - 2y' + y = x - 1$

1) حل المعادلة التفاضلية : 0,75

2) أ- أوجد حلا خاصا للمعادلة  $(E)$  من النوع :  $y_0 : x \rightarrow ax + b$  0,25

ب- أعط الحل العام للمعادلة  $(E)$ . 0,25

ج- حدد الحل  $h$  للمعادلة  $(E)$  الذي يحقق :  $h(0) = 0$  و  $h'(0) = 1$ . 0,5

3) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = (x-1)e^x + x + 1$

أ- احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  ثم استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية قطعاً على  $[0, +\infty[$ . 0,75

ب- بين أن :  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  ( لاحظ أن :  $g(0) = 0$  ). 0,25

II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بما يلي :  $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}$

و  $(C)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) بين أن  $f$  دالة فردية. 0,5

2) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ( نذكر أن :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  ) ثم أول مبيانيا هذه النتيجة. 0,75

ب- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ثم أول مبيانيا هذه النتيجة ( لاحظ أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}^* f(x) = \frac{x}{e^x(1 - e^{-x})^2})$  ). 0,5

3) أ- بين أن :  $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^3} g(x)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$ . 0,75

ب- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$ . 0,5

4) أنشئ  $(C)$ . 0,5

5) أ- بين أن :  $\int_2^3 \frac{1}{t(t-1)} dt = 2 \ln 2 - \ln 3$  ( لاحظ أن :  $\frac{1}{t(t-1)} = \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t}$  ) 0,5

ب- بوضع  $t = e^x$  بين أن :  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx = \int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt$  0,5

6) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن :  $\int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt = 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$  0,5

ب- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  ومحور الأفاصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي :  $x = \ln 2$  و  $x = \ln 3$  ( نأخذ :  $\ln 2 = 0,7$  و  $\ln 3 = 1,1$  ). 0,25